

المصنف الجاهل
التشغيل الذاتي
INDH

MODULE AP1 : CONTRÔLE DE MÉCANIQUE I

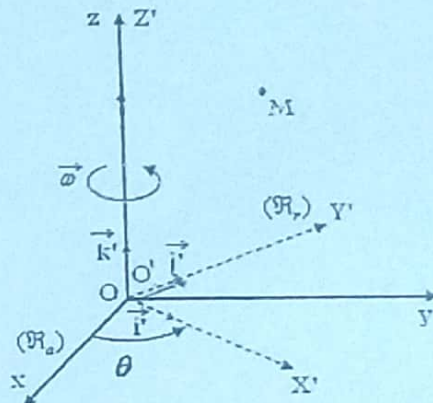
DURÉE : 1H

N.B : LA JUSTIFICATION DES RÉPONSES ET LA CLARTÉ DE LA RÉDACTION SERONT PRISES EN COMPTE.

♣ DOCUMENTS NON AUTORISÉS ♣

QUESTIONS DE COURS :

On veut étudier le mouvement d'un mobile "M" dans deux référentiels différents. Le 1^{er} est considéré fixe, noté $\mathcal{R}_a(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le second, noté $\mathcal{R}_r(O, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$, est en rotation par rapport à \mathcal{R}_a (voir figure).



1. Montrer que les dérivées temporelles des vecteurs de base s'écrivent : $\frac{d\vec{i}'}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{i}'$, Idem pour \vec{j}' et \vec{k}'
2. Montrer que le vecteur vitesse d'entraînement s'écrit :

$$\vec{V}_e = \vec{\omega} \wedge \vec{O'M}$$

On donne :

$$\vec{V}_e = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + x' \frac{d\vec{i}'}{dt} + y' \frac{d\vec{j}'}{dt} + z' \frac{d\vec{k}'}{dt}$$

EXERCICE 1 :

Une particule décrivant une trajectoire curviligne dans le plan (Oxy) est repérée, en coordonnées polaires ($\vec{u}_r, \vec{u}_\theta$) par les équations :

$$r(t) = \beta_0 e^{-\varphi} \quad \text{with} \quad \varphi(t) = t/a$$

On prend, β_0, a constantes positives.

1. En partant de l'expression du vecteur position dans la base polaire, établir l'expression du vecteur vitesse \vec{V} de cette particule. Calculer son module.
2. Montrer que l'angle $\alpha = (\vec{V}, \vec{u}_\theta)$ est constant. Calculer α
3. Donner l'expression du vecteur accélération \vec{a} . Calculer son module.
4. Calculer le rayon de courbure R_c de la trajectoire, sachons que le vecteur accélération fait un angle de $\frac{\pi}{4}$ avec \vec{u}_r .

EXERCICE 2 :

Un mobile M décrit une courbe C dans l'espace. La courbe C est définie dans le système de coordonnées cartésiennes par les équations paramétriques suivantes :

$$x = r_0 e^\theta \cos \theta \quad y = r_0 e^\theta \sin \theta \quad z = r_0 \ln(1 + \theta)$$

r_0 est une constante positive.

θ représente l'angle entre l'axe Ox et le vecteur OM' , où M' la projection orthogonale de M sur le plan Oxy. Le point M le mobile qui se déplace sur C à vitesse angulaire constante.

1. Déterminer en coordonnées cartésiennes les expressions des vecteurs vitesse \vec{V} et accélération \vec{a} .
2. Déterminer le vecteur position \overrightarrow{OM} du mobile M dans le système de coordonnées cylindriques en fonction de r_0 , θ et des vecteurs de bases.
3. Donner les expressions de \vec{V} et \vec{a} en coordonnées cylindriques.

